

Э и Э – 46 лекция

Тема 1.4 Расчет сложных электрических цепей постоянного тока

Тема занятия Законы Кирхгофа

ЛЕКЦИЯ

Электрические цепи подразделяют на неразветвленные и разветвленные.

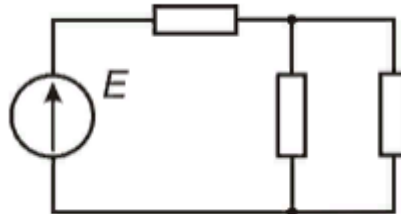


Рисунок 1 - Простейшая разветвленная цепь

В ней имеются три ветви и два узла. В каждой ветви течет свой ток. Ветвь можно определить как участок цепи, образованный последовательно соединенными элементами (через которые течет одинаковый ток) и заключенный между двумя узлами. В свою очередь узел есть точка цепи, в которой сходятся не менее трех ветвей. Если в месте пересечения двух линий на электрической схеме поставлена точка, то в этом месте есть электрическое соединение двух линий, в противном случае его нет. Узел, в котором сходятся две ветви, одна из которых является продолжением другой, называют устранимым или вырожденным узлом

Законы Кирхгофа

Два закона Кирхгофа вместе с законом Ома составляют тройку законов, с помощью которых можно определить параметры электрической цепи любой сложности.

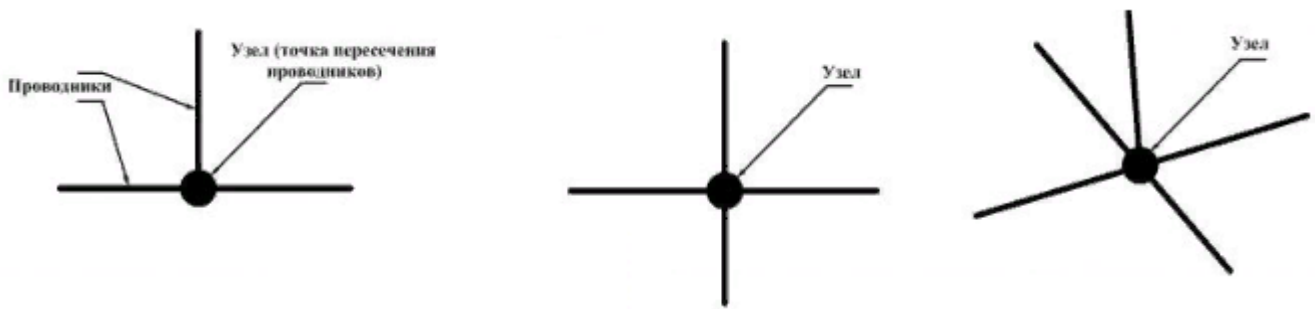
Первый закон Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа говорит, что в любом узле электрической цепи *алгебраическая* сумма токов равна нулю. Существует и другая, аналогичная по смыслу формулировка: сумма токов, входящих в узел, равна сумме токов, выходящих из узла.

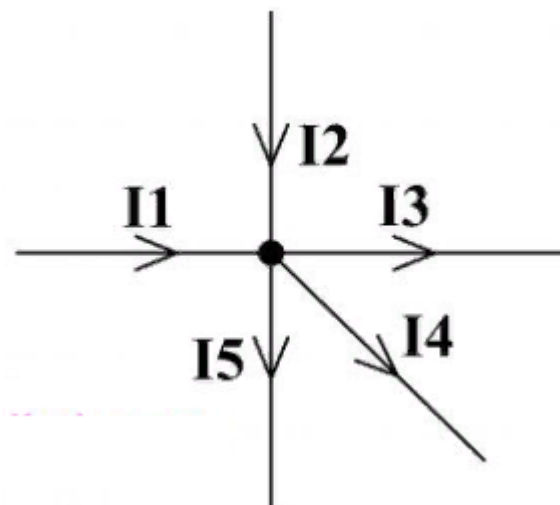
$$\sum_{k=1}^m I_k = 0$$

где m – число ветвей, подключенных к узлу.

Давайте разберем сказанное более подробно. Узлом называют место соединения трех и более проводников.



Ток, который входит в узел, обозначается стрелкой, направленной в сторону узла, а выходящий из узла ток – стрелкой, направленной в сторону от узла.



Согласно первому закону Кирхгофа

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

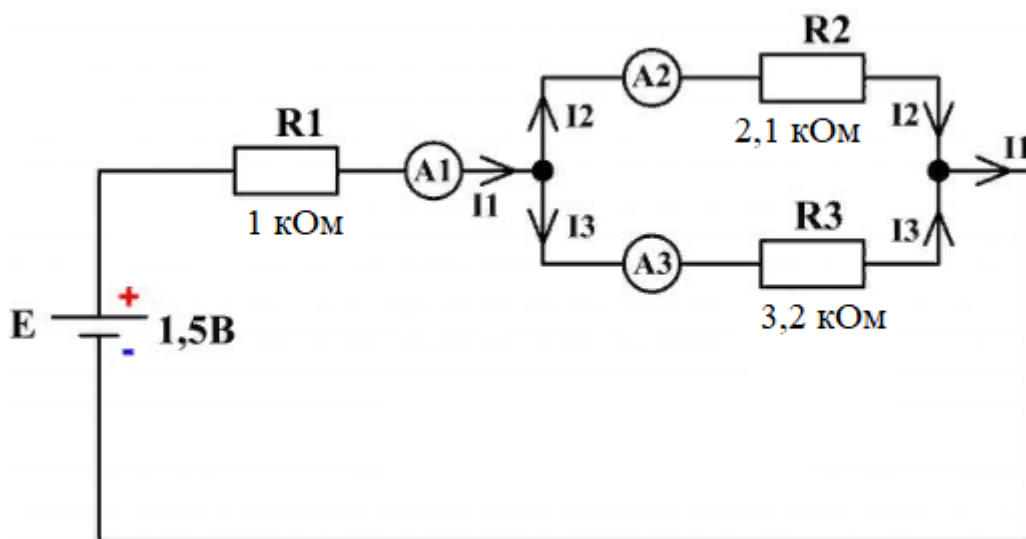
или

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

Условно присвоили знак «+» всем входящим токам, а «-» - все выходящим. Хотя это не принципиально.

Закон Кирхгофа согласуется с законом сохранения энергии, поскольку электрические заряды не могут накапливаться в узлах, поэтому, поступающие к узлу заряды покидают его.

Убедиться в справедливости 1-го закона Кирхгофа нам поможет простая схема, состоящая из источника питания, напряжением 3 В (две последовательно соединенные батарейки по 1,5 В), три резистора разного номинала: 1 кОм, 2 кОм, 3,2 кОм (можно применять резисторы любых других номиналов). Токи будем измерять мультиметром в местах, обозначенных амперметром.



Если сложить показания трех амперметров с учетом знаков, то, согласно первому закону Кирхгофа, мы должны получить ноль:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Или показания первого амперметра $A1$ будет равняться сумме показаний второго $A2$ и третьего $A3$ амперметров.

Второй закон Кирхгофа

Второй закон Кирхгофа воспринимается сложнее, нежели первый. Однако, он достаточно прост и понятен.

В любом замкнутом контуре электрической цепи **алгебраическая** сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжений на всех его участках

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m I_k R_k = \sum_{k=1}^m U_k$$

где n – число источников ЭДС в контуре;

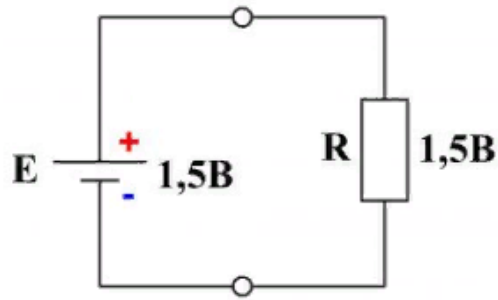
m – число элементов с сопротивлением R_k в контуре;

$U_k = R_k I_k$ – напряжение или падение напряжения на k -м элементе контура.

Упрощенно 2 закон Кирхгофа говорит: сумма ЭДС в замкнутом контуре равна сумме падений напряжений

$$\sum E = \sum IR$$

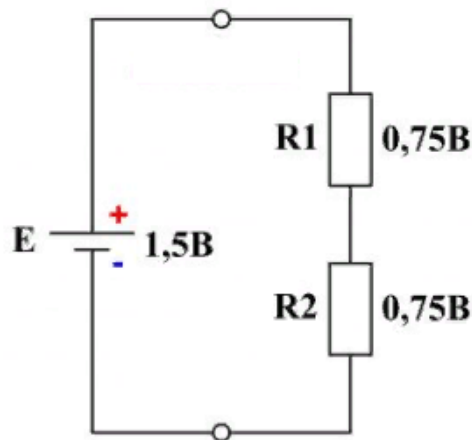
Самый простой случай данного закона разберем на примере батарейки 1,5 В и одного резистора.



Поскольку резистор всего один и одна батарейка, то ЭДС батарейки 1,5 В будет равна падению напряжения на резисторе.

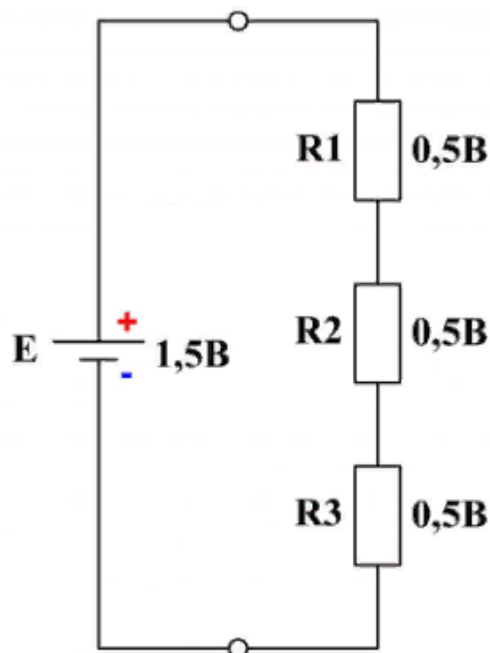
Если мы возьмем два резистора одинакового номинала и подключим к батарейке, то 1,5 В распределятся поровну на резисторах, то есть по 0,75 В.

$$R1 = R2$$



Если возьмем три резистора снова одинакового номинала, например, по 1 кОм, то падение напряжения на них будет по 0,5 В.

$$R1 = R2 = R3$$



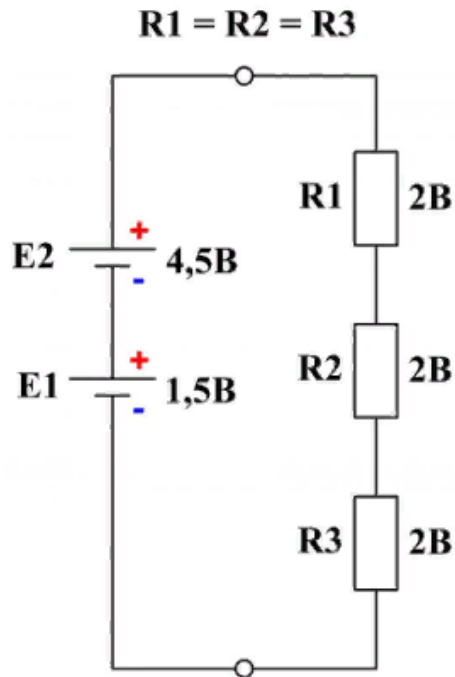
Формулой это будет записано следующим образом:

$$E = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

$$1,5\text{В} = 0,5\text{ В} + 0,5\text{ В} + 0,5\text{ В}$$

$$1,5\text{ В} = 1,5\text{ В}$$

Рассмотрим условно более сложный пример. Добавим в последнюю схему еще один источник питания E2, напряжением 4,5 В.



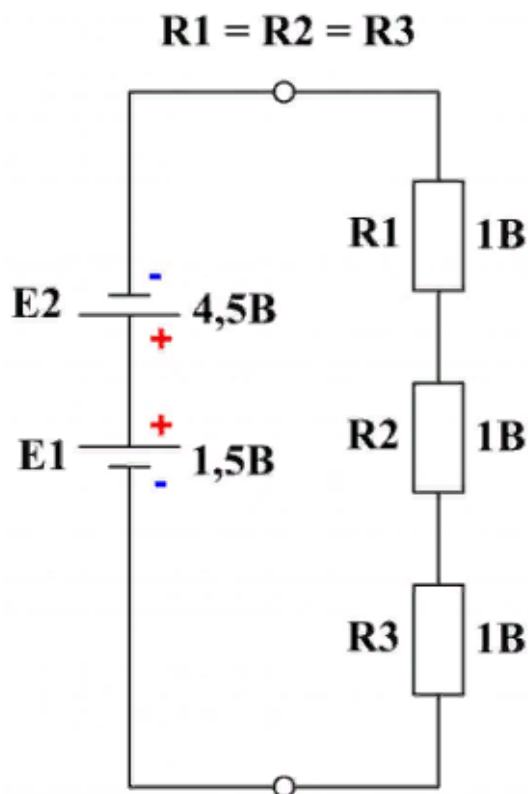
Обратите внимание, что оба источника соединены последовательно и согласно, то есть плюс одной батарейки соединяется с минусом другой батарейки или наоборот. При таком способе соединения гальванических элементов их электродвижущие силы складываются: $E_1 + E_2 = 1,5 + 4,5 = 6\text{ В}$, а падение напряжения на каждом сопротивлении составляет по 2 В. Формулой это описывается так:

$$E_1 + E_2 = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

$$1,5 + 4,5 = 2 + 2 + 2$$

$$6\text{ В} = 6\text{ В}$$

И последний отличительный вариант, предполагает последовательное встречное соединение гальванических элементов. При таком соединении источников питания из большей ЭДС отнимается значение меньшей ЭДС. Следовательно, к резисторам R1...R3 будет приложена разница $E_2 - E_1$, то есть $4,5 - 1,5 = 3\text{ В}$, — по одному вольту на каждый резистор.



$$E_2 + E_1 = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

$$4,5 + 1,5 = 1 + 1 + 1$$

$$3 \text{ B} = 3 \text{ B}$$

ВАЖНО!

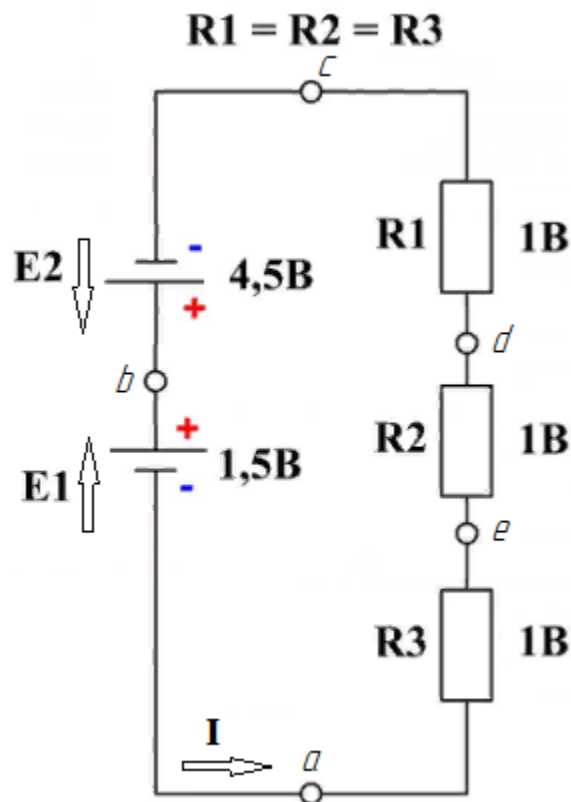
При записи уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо выполнение определенных **правил**:

- задать условные положительные направления ЭДС, токов;
- выбрать направление обхода контура, для которого записывается уравнение;
- записать уравнение, пользуясь одной из формулировок второго закона Кирхгофа, причем слагаемые, входящие в уравнение, берут со знаком «плюс», если их условные положительные направления совпадают с обходом контура, и со знаком «минус», если они противоположны.

Рассмотрим последний пример, применяя правила.

- Напоминаю, условное положительное направление тока от знака «+» к «-», а условное положительное направление ЭДС, если оно не указано стрелкой, от знака «-» к знаку «+»

- Выбираем обход контура от точки a к точке b, далее к точке c, далее к точке d, далее к точке e и снова к точке a. Таким образом, контур a-b-c-d-e-a



Собираем ЭДС этого контура, иду от точки *a* к точке *b* (участок *ab*), на этом участке только *E1* и его направление совпадает с направлением обхода контура, поэтому в формулу эта величина записывается со знаком «+», следующий участок *bc*, на этом участке только *E2* и его направление **НЕ** совпадает с направлением обхода контура, поэтому в формулу эта величина записывается со знаком «-», рассматриваю все последующие участки *cd*, *de* и *ea*. На этих участках ЭДС нет. Значит в левой части формулы будет: $E_1 - E_2$.

Для правой части формулы, собираем алгебраическую сумму падений напряжения на каждом резисторе, для этого, иду от точки *a* к точке *b* (участок *ab*), на этом участке резисторов нет, следующий участок *bc*, на этом участке также нет резисторов, следующий участок *cd*, *de* и *ea*, учитывая, что при последовательном соединении через все резисторы проходит один и тот же ток, а в данном случае он **НЕ** совпадает с обходом контура, то все падения напряжения будут со знаком «-». Значит в правой части формулы будет: $-IR_1 - IR_2 - IR_3$, тогда

$$E_1 - E_2 = -IR_1 - IR_2 - IR_3$$

$$1,5 - 4,5 = -1 - 1 - 1$$

$$-3 \text{ В} = -3 \text{ В}$$

Второй закон Кирхгофа работает не зависимо от количества источников питания и нагрузок, а также независимо от места их расположения в контуре схемы. Законы Кирхгофа действуют как для постоянного, так и для переменного тока.